

ภาควิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์

มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

418531: โครงสร้างข้อมูลและการวิเคราะห์อัลกอริทึม

ภาคต้น 2552

วันที่ 25 มิถุนายน 2552 เวลา 18.00 น. – 20.00 น.

ข้อสอบย่อยครั้งที่ 1

ชื่อ _____ รหัส _____

1. ข้อสอบนี้มีทั้งหมด 10 หน้า
2. เวลาทำข้อสอบสองชั่วโมง
3. ข้อสอบนี้ออนุญาตให้เปิดหนังสือและชีทได้
4. เขียนคำตอบปลายมือสวยๆ ตัวอักษรตัวโตๆ ถ้าอาจารย์อ่านลายมือคุณไม่ออก อาจารย์จะ
ไม่ให้คะแนน
5. กรุณาปิดอุปกรณ์สื่อสารทุกชนิดขณะทำข้อสอบ

ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	รวม

ข้อ 1**ข้อ 1.1**

[10 คะแนน] จงแสดงว่าประพจน์ $(p \rightarrow q) \wedge \neg q \rightarrow \neg p$ เป็น tautology โดยใช้ตารางความจริง

ข้อ 1.2

[10 คะแนน] จงแสดงว่าประพจน์ $(p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r)$ สมมูลทางตรรกศาสตร์กับประพจน์ p โดยไม่ใช้ตารางความจริง

ข้อ 2

ให้ $L(x,y)$ แทนประพจน์เปิด “ x รัก y ” และให้ $O(x,y)$ แทนประพจน์เปิด “ x เป็นลูกของ y ” และให้เอกภพสัมพัทธ์ เป็นเซตของคนในโลก จงเขียนประพจน์เหล่านี้ด้วยสัญลักษณ์ทางตรรกศาสตร์

ข้อ 2.1

[4 คะแนน] ทุกคนรักลูกของตนเอง

ข้อ 2.2

[4 คะแนน] A รักลูกของเขาทุกคน ยกเว้น B

ข้อ 2.3

[4 คะแนน] ทุกคนรักคนอย่างน้อยหนึ่งคนที่ไม่ใช่ลูกของเขา

ข้อ 2.4

[4 คะแนน] A มีลูกสามคน

ข้อ 2.5

[4 คะแนน] ทุกคนรักพี่น้องของตนเอง

ข้อ 3**ข้อ 3.1**

[10 คะแนน] จงแสดงว่า $A \cup B \cup C = (A - B) \cup (B - C) \cup (C - A) \cup (A \cap B \cap C)$

(ห้ามใช้แผนภาพเวนน)

ข้อ 3.2

[10 คะแนน] จงแสดงว่าถ้า $A \subseteq C$ และ $B \subseteq D$ แล้ว $A \times B \subseteq C \times D$

ข้อ 4

ให้ $A = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ นิยามความสัมพันธ์ R บนเซต A ดังต่อไปนี้:

$$(a,b) R (c,d) \text{ ก็ต่อเมื่อ } a+d = b+c$$

ข้อ 4.1

[6 คะแนน] จงแสดงว่า R มีสมบัติสะท้อน

ข้อ 4.2

[6 คะแนน] จงแสดงว่า R มีสมบัติสมมาตร

ข้อ 4.3

[6 คะแนน] จงแสดงว่า R มีสมบัติถ่ายทอด

ข้อ 4.4

[2 คะแนน] คลาสสมมูล (equivalence class) ของ R คืออะไร? พยายามอธิบายให้ง่ายที่สุดเท่าที่จะทำได้

ข้อ 5**ข้อ 5.1**

[6 คะแนน] จงแสดงว่าฟังก์ชัน $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ โดยที่ $f(x) = x^2 + 2x + 1$ ไม่ใช่ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง และไม่ใช่ฟังก์ชันทั่วถึง

ข้อ 5.2

[6 คะแนน] กำหนด $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ โดยที่

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ -x^2, & x < 0 \end{cases}$$

จงหา f^{-1}

ข้อ 5.3

[8 คะแนน] จงแสดงว่าเซต $A = \{x \mid x = 2k + 1 \text{ โดยที่ } k \in \mathbb{N}\}$ และเซต $B = \{x \mid x = 5k + 7 \text{ โดยที่ } k \in \mathbb{N}\}$ มีจำนวนสมาชิกเท่ากัน