ภาควิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์

มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

418531: โครงสร้างข้อมูลและการวิเคราะห์อัลกอริทึม

ภาคต้น 2552

วันที่ 16 กรกฎาคม 2552 เวลา 18.00 น. – 20.00 น.

ข้อสอบย่อยครั้งที่ 2

ชื่อ _____ รหัส _____

1. ข้อสอบนี้มีทั้งหมด 10 หน้า
2. เวลาทำข้อสอบ**สองชั่วโมง**
3. ข้อสอบนี้อนุญาตให้เปิดหนังสือและชีทได้
4. เขียนคำตอบลายมือสวยๆ ตัวอักษรตัวโตๆ **ถ้าอาจารย์อ่านลายมือคุณไม่ออก อาจารย์จะไม่ให้คะแนน**
5. กรุณาปิดอุปกรณ์สื่อสารทุกชนิดขณะทำข้อสอบ

ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	รวม

ข้อ 1

จงพิสูจน์ว่า $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, [x^2 - 10xy + 9y^2 = 0]$

ข้อ 2

จงพิสูจน์ว่าถ้า n เป็นจำนวนเต็มใดๆ แล้ว 4 หาร n^2 ลงตัว หรือไม่ก็หารแล้วเหลือเศษ 1

(คุณสามารถแสดงว่า 4 หารจำนวนเต็ม x แล้วเหลือเศษ 1 ด้วยการแสดงว่า 4 หาร x-1 ลงตัว)

(ใบ้: พิจารณากรณีที่ n เป็นเลขคู่และเป็นเลขคี่)

ข้อ 3

ให้ A และ B เป็นเซตและให้ $A \subseteq B$ จงพิสูจน์ว่า $\overline{B} \subseteq \overline{A}$

ข้อ 4

จงพิสูจน์ว่า

$$1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \cdots + 5^n = \frac{5^{n+1} - 1}{4}$$

เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบใดๆ

ข้อ 5

นิยามลำดับ $\{a_n\}$ ตามสมการเวียนบังเกิดต่อไปนี้

$$a_n = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 2 & n = 1 \\ a_{n-1} + 2a_{n-2} & n > 2 \end{cases}$$

จงหาสูตรอย่างง่ายของ a_n พร้อมทั้งพิสูจน์ว่ามันถูกต้อง